Sterowanie wielopoziomowe w systemach złożonych – identyfikacja i optymalizacja

Grzegorz Mzyk

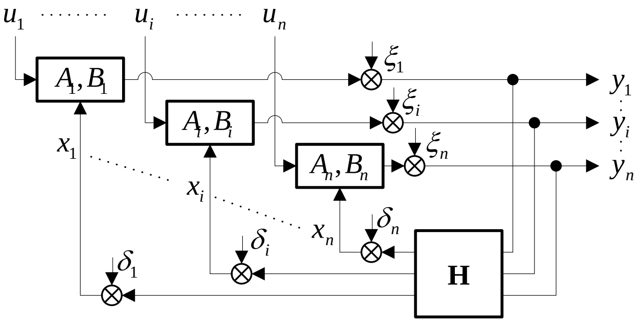
Politechnika Wrocławska, Wydział Elektroniki

23 lutego 2015

Plan wykładu

1. Opis systemu złożonego, sformułowanie problemu
2. Warunki identyfikowalności
3. Metody identyfikacji
4. Optymalizacja dwuetapowa
5. Procedury koordynacji
6. Podsumowanie, literatura

Opis systemu



System złożony

Opis systemu

$$y_i = A_i x_i + B_i u_i + \xi_i \qquad (i = 1, 2, ..., n),$$

$$\begin{aligned} u &= (u_1, u_2, ..., u_n)^T \\ x &= (x_1, x_2, ..., x_n)^T \\ y &= (y_1, y_2, ..., y_n)^T \end{aligned}$$

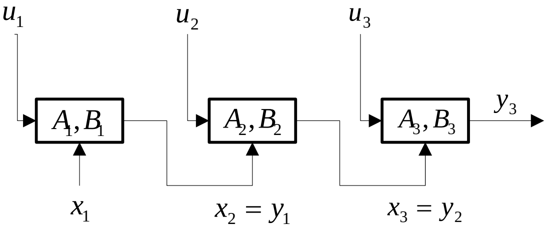
$$x_i = H_i y + \delta_i$$

Opis systemu

$$
\begin{aligned}
A &= \operatorname{diag}(A_1, A_2, \ldots, A_n) \\
B &= \operatorname{diag}(B_1, B_2, \ldots, B_n) \\
H &= \left(H_1^T, H_2^T, \ldots, H_n^T\right)^T
\end{aligned}
$$

$$
\begin{cases}
y = Ax + Bu + \xi \\
x = Hy + \delta
\end{cases}
$$

Przykład – system kaskadowy



System kaskadowy

$$H = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ I & 0 & 0 \\ 0 & I & 0 \end{bmatrix}$$

Identyfikowalność

System kaskadowy

Twierdzenie

Element i-ty jest identyfikowalny w złożonym systemie kaskadowym wtedy i tylko wtedy, gdy spełniony jest warunek

$$rank\left[A_{i-1}A_{i-2}...A_1,\ A_{i-1}A_{i-2}...B_1,\ ...,\ A_{i-1}B_{i-2},\ B_{i-1}\right] = \dim x_i$$

[Hasiewicz, *Int. J. Sys. Sci.*, 1987]

Identyfikowalność

System o dowolnej strukturze połączeń

Twierdzenie

Element i-ty jest identyfikowalny w złożonym systemie o dowolnej strukturze połączeń wtedy i tylko wtedy, gdy spełniony jest warunek

$$rankH_i\left[K^{(1)}, ..., K^{(i-1)}, K^{(i+1)}, ..., K^{(n)}\right] = \dim x_i,$$

gdzie $K^{(i)}$ oznacza i-ty blok kolumnowy macierzy K.

[Hasiewicz, *Int. J. Sys. Sci.*, 1987]

Metoda najmniejszych kwadratów

$$
\begin{aligned}
Y_{iN} &= [y_i^{(1)}, y_i^{(2)}, \dots, y_i^{(N)}] \\
W_{iN} &= [w_i^{(1)}, w_i^{(2)}, \dots, w_i^{(N)}] \\
w_i &= (x_i, u_i)^T
\end{aligned}
$$

$$Y_{iN} = (A_i, B_i) W_{iN} + \xi_i$$

$$\widetilde{w}_i = (\widetilde{x}_i, u_i)^T, \qquad \widetilde{x}_i = H_i y = x_i - \delta_i$$

$$\widetilde{W}_{iN} = [\widetilde{w}_i^{(1)}, \widetilde{w}_i^{(2)}, \dots, \widetilde{w}_i^{(N)}]$$

$$(\widehat{A}_i^{l.s.}, \widehat{B}_i^{l.s.}) = Y_{iN} \widetilde{W}_{iN}^T \left(\widetilde{W}_{iN} \widetilde{W}_{iN}^T \right)^{-1}$$

Metoda zmiennych instrumentalnych

$$
\begin{aligned}
(\widehat{A}_i^{l.s.}, \widehat{B}_i^{l.s.}) &= Y_{iN} \widetilde{W}_{iN}^T \left(\widetilde{W}_{iN} \widetilde{W}_{iN}^T \right)^{-1} \\
(\widehat{A}_i^{i.v.}, \widehat{B}_i^{i.v.}) &= Y_{iN} \Psi_{iN}^T \left(\widetilde{W}_{iN}^T \Psi_{iN}^T \right)^{-1},
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
\widetilde{W}_{iN} &= [\widetilde{w}_i^{(1)}, \widetilde{w}_i^{(2)}, \ldots, \widetilde{w}_i^{(N)}] \\
\Psi_{iN} &= [\psi_i^{(1)}, \psi_i^{(2)}, \ldots, \psi_i^{(N)}]
\end{aligned}
$$

$$
\psi_i^{(k)} = \left(\psi_{i,1}^{(k)}, \psi_{i,2}^{(k)} \right)^T .
$$

optymalne instrumenty

$$
\psi_i^* = \overline{w}_i = (\overline{x}_i, u_i)^T, \qquad \overline{x}_i = E(x_i | u) = H_i K u
$$

Podejście globalne

$$\begin{cases} y = Ax + Bu + \xi \\ x = Hy + \delta \end{cases}$$

$$\begin{aligned} y &= A\left(Hy + \delta\right) + Bu + \xi, \\ \left(I - AH\right) y &= Bu + A\delta + \xi, \end{aligned}$$

$$y = Ku + G\theta$$

$$K = \left(I - AH\right)^{-1} B$$

przepis na sterowanie

$$u = K^{-1} y_{\dot{z}}$$

Podejście lokalne

decyzja lokalna o sterowaniu u_i (balansowanie)

$$y_{\dot{z},i} = a_i x_i + b_i u_i$$

$$x_i = H_i y_{\dot{z}}$$

przepis na sterowanie

$$u_i = \frac{y_{\dot{z},i} - a_i H_i y_{\dot{z}}}{b_i}$$

Funkcja celu i ograniczenia

ograniczenia

$$\begin{aligned} (u_i, x_i) &\in C_i \\ \sum_i r_i(u_i, x_i) &\leq r_0 \end{aligned}$$

lokalna funkcja celu

$$Q_i(u_i, x_i)$$

globalny wskaźnik jakości

$$\begin{aligned} Q &= \psi(Q_1, Q_2, \ldots, Q_n) \\ & \quad \psi() \text{ – funkcja zachowująca porządek} \\ \text{np. } Q &= \sum_i Q_i \end{aligned}$$

Dwupoziomowa optymalizacja (dekompozycja zadania optymalizacji)

$$
\begin{aligned}
u &= \left(u^{(1)}, u^{(2)}\right) \\
& \quad u^{(1)} \text{ – zmienne górnego poziomu (tzw. koordunujące)} \\
& \quad u^{(2)} \text{ – zmienne dolnego poziomu} \\
\max_{u} Q(u) &= \max_{u^{(1)}} \left\{ \max_{u^{(2)}} Q\left(u^{(1)}, u^{(2)}\right) \right\}
\end{aligned}
$$

Procedury koordynacji
Metoda bezpośrednia

warstwa górna

$$\begin{aligned} Q &= \psi\left(Q_1(y_d, r_{d_1}), \ldots, Q_n(y_d, r_{d_n})\right) \to \max_{y_d, r_d} \\ \sum_i r_{d_i} &\le r_0 \end{aligned}$$

warstwa dolna

$$\begin{aligned} Q_i(u_i, x_i) &\to \max_{u_i} \\ x_i &= H_i y_d, \qquad (u_i, x_i) \in C_i, \qquad r_i \le r_{d_i} \end{aligned}$$

problem: dla pewnych (y_d, r_d), zadanie dolnego poziomu może nie mieć rozwiązania

$$(y_d, r_d) \in YR$$

zbiór YR – tudny do wyznaczenia (zależy od ograniczeń i struktury systemu)

Procedury koordynacji

Metoda kar

warstwa górna

$$\overline{Q} = \psi\left(\overline{Q}_1(y_d, r_{d_1}), \ldots, \overline{Q}_n(y_d, r_{d_n})\right) \longrightarrow \max_{y_d, r_d}$$

warstwa dolna

$$\overline{Q}_i = Q_i(u_i, x_i) - K(y_i - y_{d_i}) \longrightarrow \max_{u_i}$$

Procedury koordynacji

Metoda cen

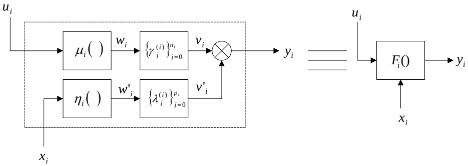
warstwa górna

$$\phi(\lambda) = \sum_i Q_i\left(u_i(\lambda), x_i(\lambda)\right) + \langle \lambda, x(\lambda) - Hy(\lambda) \rangle \to \min_{\lambda}$$

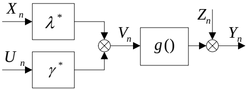
warstwa dolna

$$\widetilde{Q} = Q_i(u_i, x_i) + \langle \lambda_i, u_i \rangle - \langle \mu_i, y_i \rangle \to \min_{u_i}$$

Uogólnienia
Systemy nieliniowe



Blok typu Hammersteina



Blok typu Wienera

Literatura

[1] Findeisen, W., Bailey, F.N., Brdyś, M., Malinowski, K., Tatjewski, P.,Woźniak, A.: *Control and Coordination in Hierarchical Systems*. J. Wiley, Chichester (1980)

[2] Findeisen, W., *Wielopoziomowe układy sterowania*, PWN, Warszawa (1974)